

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА,
АВТОМАТИКА

ІМА :: 2013

**МАТЕРІАЛИ
та програма**

НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ

(Суми, 22-27 квітня 2013 року)

Суми
Сумський державний університет
2013

Реалізація чисельного алгоритму розв'язання граничної задачі з дробовими похідними за допомогою matlab-класстера

Скринник А., студ.; Кушнір Д., асист.
Сумський державний університет, м. Суми, Суми

Розглянемо таку граничну задачу [1]

$$(-\Delta)^{\beta/2} P(x, t) + \frac{\partial^\alpha P(x, t)}{\partial t^\alpha} = 0, \quad P(\xi_0, t) = f(\xi_0, t),$$

де $P(x, t)$ – концентрація, $\partial^\alpha / \partial t^\alpha$ – дробова похідна Капуто, $(-\Delta)^{\beta/2}$ – дробова похідна Ріса, f – задана функція, $t > 0$, $x = (x_1, x_2) \in D \subset R^2$, $\xi_0 \in \Gamma$, Γ – границя області D , $0 < \alpha \leq 2$, $1 < \beta < 2$.

Задача може бути розв'язана у декілька етапів: виключення часової змінної за допомогою перетворення Лапласа, визначення фундаментального розв'язку відповідного рівняння, зведення граничної задачі до інтегрального рівняння I роду

$$\int_{\Gamma} p(\zeta) \bar{G}(r_{10}, s) d\zeta = \bar{f}(\xi_0, s), \quad r_{10} = \sqrt{(\zeta_1 - \xi_{01})^2 + (\zeta_2 - \xi_{02})^2}. \quad (1)$$

При $1.5 < \beta < 2$ ядро інтегрального рівняння (1) є фредгольмовим. Це рівняння може бути розв'язане методом послідовних наближень за наступною рекурентною формулою

$$p_n(\zeta, \zeta_0) = p_{n-1}(\zeta_0) + \lambda \left[\bar{f}(\zeta_0, s) - \int_0^{2\pi} K(\zeta_0, \zeta) p_{n-1}(\zeta) d\zeta \right], n = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

де $p_0(\zeta_0) \in L^2[0, 2\pi]$, $0 < \lambda < 2\lambda_1$, λ_1 – найменше характеристичне число ядра $K(\zeta_0, \zeta)$ інтегрального рівняння (1).

Щоб отримати розподіл функції P для будь-якого моменту часу t , необхідно повторювати процедуру (2) при кожній реалізації алгоритму зворотного перетворення Лапласа. У зв'язку з цим було створено MATLAB-класстер, що дозволило виконати потрібні обчислення за "розумний" час.

1. F. Mainardi. *Integr. Transf. Spec. F.* **15** (6), 477 (2004).